Pangea

matematická soutěž

6. ročník

SOUBOR OTÁZEK

-Finále-

2021

Patroni matematické soutěže Pangea pro rok 2020/2021

© S. Kyselová, AV ČR

prof. RNDr. Eva Zažímalová, CSc.

předsedkyně Akademie věd ČR

patronka za téma **Věda**

© S. Kyselová, AV ČR

prof. PhDr. Ing. Jan Royt, Ph.D., DSc.

prorektor UK pro tvůrčí a ediční činnost

patron za téma **Výtvarné umění**

#www.pangeasoutez.cz

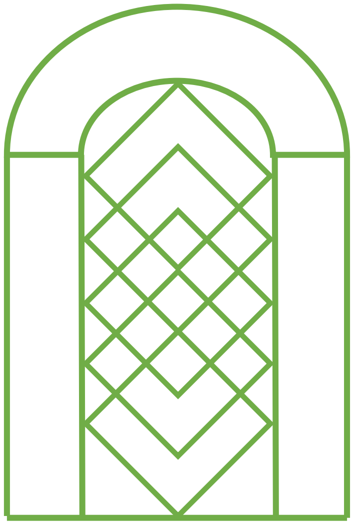
#Pangea Česká republika

#pangeamathematic

Finálové kolo – 6. ročník

1. DVEŘE **3 body**

U barokní kaple jsou vstupní kovové dveře pobité ocelovými pásy. Umělecký kovář je volil tak, aby pomohly zpevnit dveře. Pásy současně tvoří na dveřích působivý vzor složený ze stejných čtverců. Úhlopříčka každého z nich měří 117 cm.



Určete výšku dveří.

a) **261 cm** **b)** **273 cm** **c)** **288 cm**

d) **296 cm** **e)** **351 cm**

2. ZLATÁ BRÁNA

3 body

Chrám sv. Víta, Václava a Vojtěcha je od roku 1371 ozdoben na jižní straně zlacenou mozaikou z 1 200 000 destiček. Na její opravu se v tomto století sešly tři týmy uměleckých restaurátorů: Češi, Američané a Italové. Museli spolu vyřešit problém, jaký materiál na opravu použít, aby odolal všem změnám teplot. Použijeme redukovanou tabulku, která uvádí jen roky s teplotami vyššími než 25° C, nebo nižšími než -21° C.

nejvyšší teplota (° C) **rok**	červen červenec	nejnižší teplota (° C) **rok**	leden únor
1782	35,0	1784	-25,4
1793	37,0	1785	-25,2
1810	36,0	1789	-27,2
1845	35,0	1793	-21,6
1922	35,1	1795	-22,9
1935	37,2	1799	-24,8
1957	37,6	1820	-24,0
1983	37,8	1827	-22,1
1984	36,0	1830	-27,5
1994	36,0	1849	-25,0
1998	36,1	1850	-26,8
2000	35,6	1855	-22,7
2005	36,4	1861	-21,7
2006	35,3	1888	-21,9
2007	37,3	1893	-22,5
2010	36,2	1927	-22,1
2013	37,6	1929	-27,1
2015	36,8	1955	-22,7
2019	37,7	1956	-24,3

Finálové kolo – 6. ročník

Teplota vzduchu se měří ve stínu a v závětří (tabulka). Pokud by se teplota měřila u stěny na slunci, může být teplota i o 20 °C vyšší než při běžném měření, podobně může teplotu stěn ochlazovat ledový vítr, a to až o 1 °C podle materiálu mozaiky.

Určete největší možný teplotní rozdíl, kterému musela v historii od roku 1775 Zlatá brána odolat.

a) **86,3 °C** **b)** **85,3 °C** **c)** **77,3 °C**

d) **65,3 °C** **e)** **56,3 °C**

3. ZLATÝ ŘEZ

3 body

Obdélník má strany v poměru zlatého řezu, když je délka obdélníka přibližně 1,6krát delší než jeho šířka. Návrh obrazu je v náčrtku na čtvrtce o stranách 24 cm a 15 cm. Výtvarník chce své dílo přenést na plochu dlouhou 192 cm.

Zdroj: https://www.auctions-art.cz/aukce_detail.php?lang=cz&history=&aukce=33&moje=&id=19720&autor=&start=0&&pocet=30&polozky=1&filtr=0&filter=&online=1&charity=0

Jak musí být plocha široká, aby bylo dílo v poměru zlatého řezu?

a) **307,2 cm** **b)** **200 cm** **c)** **166,6 cm**

d) **120 cm** **e)** **98,5 cm**

4. NEJVĚTŠÍ MOZAIKA V EVROPĚ

3 body

Tato mozaika vznikla v roce 1985 v Ústí nad Labem. Autor M. Houra zobrazil české dějiny od praotce Čecha po příjezd prvního kosmonauta a to na 450 metrech čtverečných, které obepínají sloup o výšce 25 metrů ze tří stan. Při jejím sledování zepředu můžeme vidět cca jednu třetinu, přičemž z této části na jeden pohled si prohlédneme na výšku cca 1 metr a na šířku sotva čtvrtinu.

Zdroj: https://regiony.rozhlas.cz/nejvetsi-mozaiku-v-evrope-muzete-videt-v-usti-nad-labem-zdobi-budovu-magistratu-7429928

Kolik m čtverečných to bude?

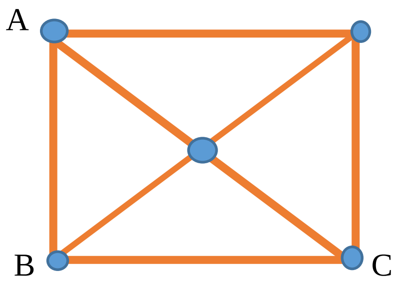
a) **1,4 m²** **b)** **1,5 m²** **c)** **2,4 m²**

d) **3,2 m²** **e)** **3,6 m²**

5. ITALSKÁ ZAHRADA

4 body

V zahradě je pět uměleckých kašen, každou chceš zblízka vyfotografovat.



Zahrada měří na délku 40 m, na šířku 30 m a od rohu ke středové kašně měří cesta 25 m. Do zahrady se dá vstoupit třemi vchody i východy jsou jen tři: A, B, C.

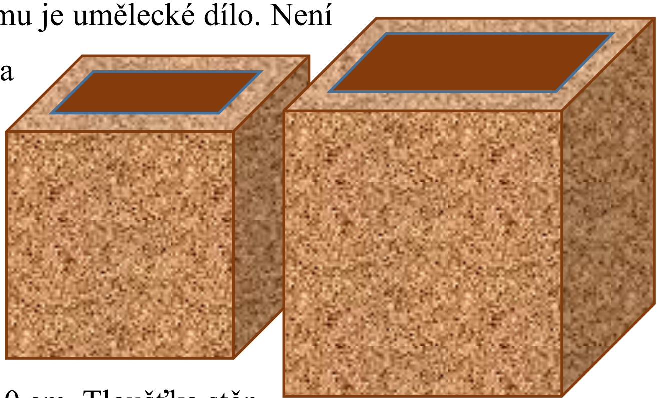
Kolik nejméně a kolik nejvýše metrů nachodíš, když dojdeš ke každé kašně aspoň jednou a půjdeš každou cestou nejvýše jednou?

a) 180 m; 190 m **b) 180 m; 200 m** **c) 120 m; 200 m**

d) 110 m; 210 m **e) 160 m; 240 m**

6. KRABIČKA Z JADE

4 body



Krabička z polodrahokamu je umělecké dílo. Není to ale jen jedna krabička z polodrahokamu! Umělec vyrobil celou sadu a vkládal těsně jednu do druhé. Velká krabička má tvar krychle, její hrana měří 10 cm. Tloušťka stěn je 0,5 cm. Víčko zakrývá těsně otvor a má tloušťku stejnou jako stěny (sedí na menší krabičce uvnitř). Do velké krabičky je těsně vložena první menší krabička, která má opět tvar krychle a má zase všechny stěny silné 0,5 cm, má i víčko, které bude opět zapadat do otvoru a dotvářet horní stěnu. Do první menší je vložena druhá menší za stejných pravidel jako předchozí dvě. Do ní je vložena třetí menší krabička s víčkem.

Urči, kolik cm^3 vonné masti se vejde do nejmenší krabičky.

a) **216 cm^3**　　b) **274,625 cm^3**　　c) **343 cm^3**

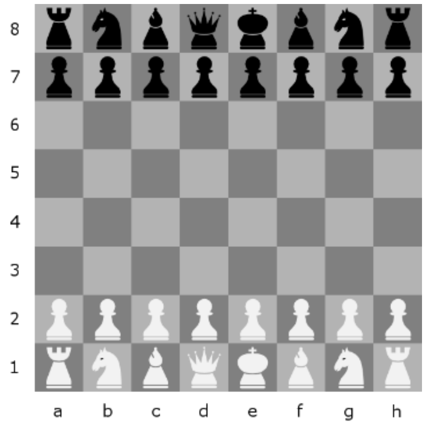
d) **411,875 cm^3**　　e) **512 cm^3**

7. ŠACHOVÉ FIGURKY

4 body

Šachy jsou nejpopulárnější hra na světě pro dva hráče. Hraje se s 16 bílými a 16 černými figurkami. Šachovnice má tvar čtverce a v každé řadě a v každém sloupci má 8 polí.

Na šachovnici zůstalo 14 bílých a 10 černých figurek.



Jaký díl šachovnice zůstal neobsazen?

a) $\frac{5}{8}$ b) $\frac{3}{8}$ c) $\frac{4}{8}$

d) $\frac{6}{8}$ e) $\frac{1}{4}$

8. DALEKOHLED

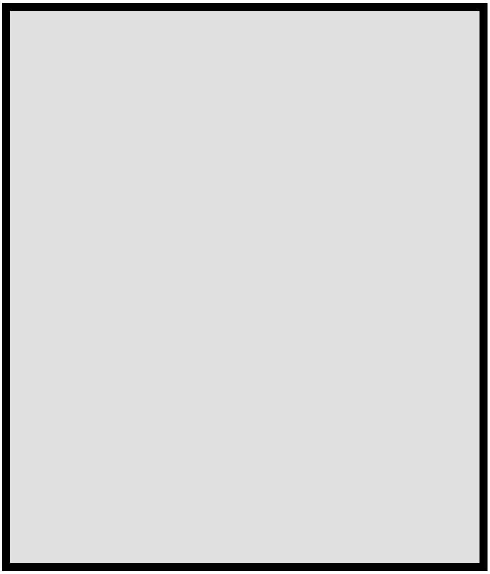
4 body

Vynález dalekohledu si nechal patentovat v roce 1609 holandský optik H. Lippershey, o rok později ho zdokonalil italský vědec G. Galilei, následné vylepšení provedl J. Kepler, pak I. Newton a další. To, co je malé a vzdálené, dalekohled „zvětší a přiblíží“. První dalekohled sledovaný objekt zvětší 3x.

Dnešní běžné námořní dalekohledy zvětšují 8x.

Finálové kolo – 6. ročník

Pokud se dnes na moři díváš na maják na obzoru, může se ti jevit jako něco, co je jen 5 mm vysoké. Ostrov, na kterém maják stojí, se jeví 80 cm široký. Ani v dalekohledu neuvidíš v daný moment reálné rozměry ostrova s majákem, i když použiješ současný námořní dalekohled.



Zdroj: http://www.pf.jcu.cz/stru/katedry/fyzika/prof/Tesar/diplomky/obr_dopl_optika/optika/dalekohledy/historie.htm

Vyjádři v decimetrech, jak velká se ti bude jevit v dnešním dalekohledu výška majáku a šířka ostrova.

a) **0,4 dm; 64 dm**

b) **4 dm; 64 dm**

c) **0,4 dm; 6,4 dm**

d) **0,4 m; 64 dm**

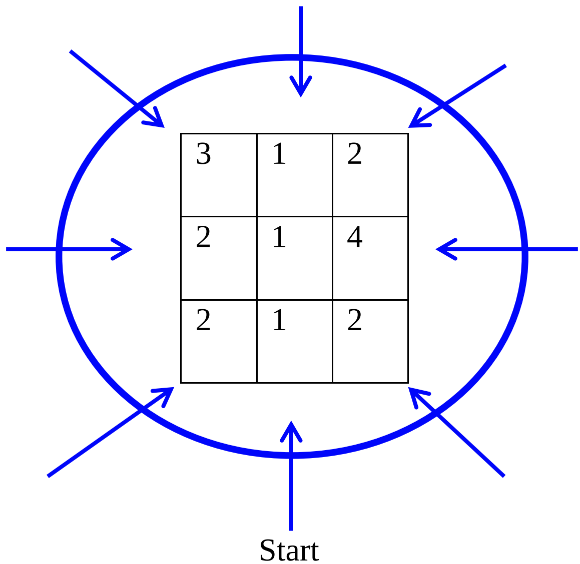
e) **4 dm; 640 dm**

9. POHYBOHLED

4 body

Český vědec Purkyně v roce 1861 sestavil sérii lékařských obrázků, které vložil do přístroje. Ten pojmenoval kinesiskop – pohybohled. Byl to předchůdce animovaného filmu. Přístroj uváděl otáčením do pohybu obrázky, mezi kterými nebyly velké rozdíly, a tak měl divák pocit, že vidí v okénku pohyb např. tepajícího srdce.

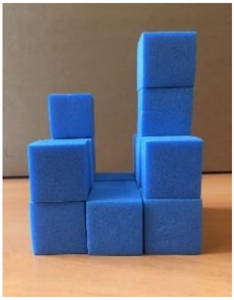
Máš za úkol následující obrázky seřadit tak, aby při rychlém „promítnutí“ vznikl u diváka pocit, že běhá po směru hodinových ručiček kolem této krychlové stavby a vidí postupně v okénku stavbu z daných osmi míst. Stavba je zakódována ve čtvercové síti (číslo v poli odpovídá počtu krychlí ve sloupci na daném poli).



Finálové kolo – 6. ročník

A

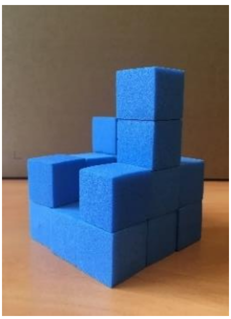
B



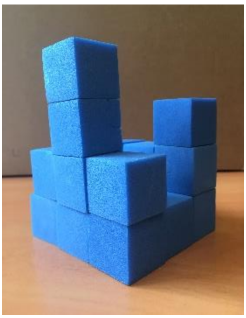
C

D

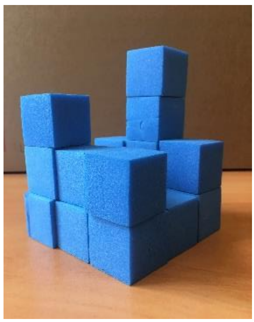
E



F



G



H

a) **B E C F D H A G**

b) **B G A H D F C E**

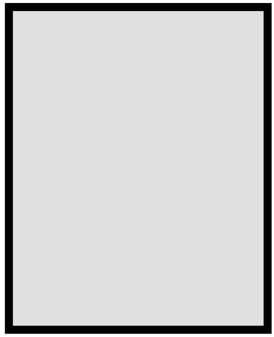
c) **B G C H D F A E**

d) **B E A F D H C G**

e) **B H C G F E A D**

10. MOBIL PRADĚDEČEK

4 body



Dne 3. 4. 1973 Ing. Martin Cooper (jeden z vývojových techniků) uskutečnil první hovor z mobilního telefonu, který vážil 0,8 kg, na délku měl 30 cm a dalo se z něho telefonovat nejvýše 30 minut, pak se baterie dobíjela 10 h.

V roce 2 000 byla průměrná hmotnost mobilu 120 g a dobíjení trvalo přibližně 5 h, v roce 2020 je doba dobíjení u vybraných mobilů i kratší než 2 h. Dnešní nejmenší chytrý telefon je Soyes 7S mini Android i s fotoaparátem, jeho rozměry jsou 94 mm x 44 mm x 11 mm a má hmotnost 62 g.

1) Jak se změnila délka mobilu?

2) Jak se změnila hmotnost mobilu?

3) Jak se změnila doba nabíjení mobilu?

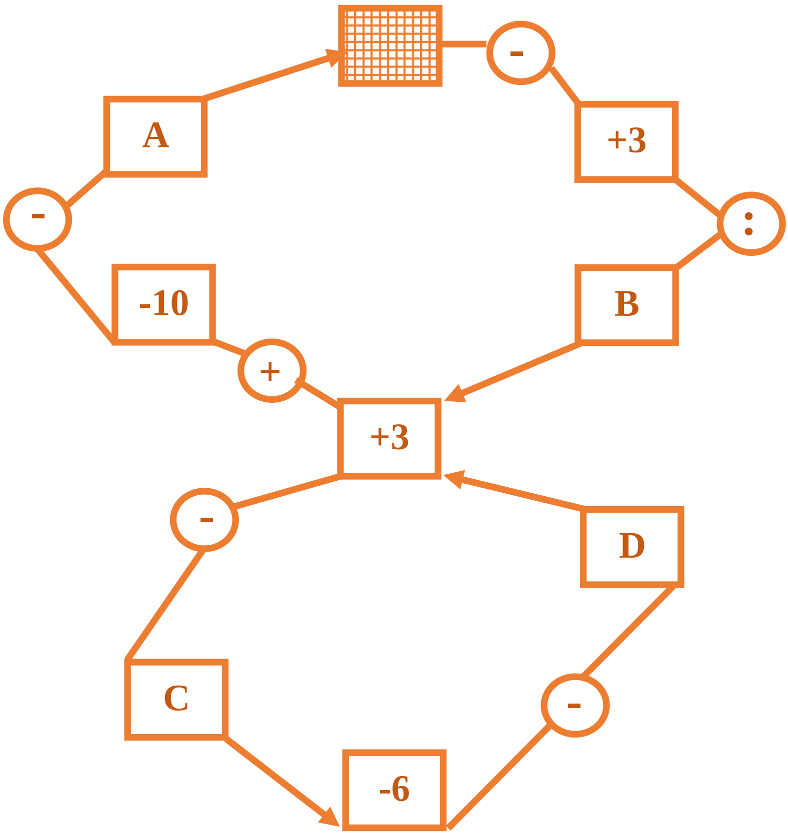
Zdroj: https://www.google.com/search?q=martin+cooper+1973&client=firefox-b-d&tbm=isch&source=iu&ictx=1&fir=nleEWy-LIugWbM%252CfF7CnpYksz6a2M%252C_&vet=1&usg=AI4_-kQYVocPpmAHMnc5mmpGGxx6E9m00Q&sa=X&ved=2ahUKEwijwdf5jurvAhXSCuwKHbPhAGgQ9QF6BAgIEAE&biw=1208&bih=776#imgrc=V1fSVVMwNP_jzM

- **a) zmenšila se přibližně třikrát; o 73,8 g; nejméně čtyřikrát;**
- **b) zmenšila se o třetinu; o 18 g alespoň; o 8 h;**
- **c) je přibližně nyní třetinová; o 0,738 kg; nejméně o 8 h;**
- **d) je trojnásobně menší; o 0,18 kg; o 8 h;**
- **e) je asi tak třikrát menší; o 738 g; nejvýš o 8 h;**

11. CELÁ ČÍSLA

5 bodů

Z nabídky **-9; -5; +5; +9** vyber celá čísla a doplň je do tmavých polí (A, B, C, D) v síti tak, aby výpočty byly správně ve všech směrech dle šipek.



A = +5 **B = -5** **C= +9** **D = -9**

a) -5; +5; -9; +9 **b)** -5; +5; +9; -9 **c)** +5; +5; -9; -9

d) +5; -5; +9; -9 **e)** -5; -5; +9; -9

12. TŘI ČÍSLA **5 bodů**

Jsou tři různá přirozená čísla: x, y, z.

Číslo x je polovinou čísla y, současně je číslo x čtvrtinou čísla z.

Vyber pravdivá tvrzení.

1) y je polovinou z

2) y je nejmenší číslo z těch tří

3) y je aritmetickým průměrem čísel x a z

4) z je čtyřnásobkem x

5) rozdíl čísel z a y se rovná dvojnásobku čísla x

a) **1, 2, 3** **b)** **2, 4, 5** **c)** **1, 4, 5**

d) **1, 3, 4** **e)** **1, 3, 5**

13. ČTVERCE A KRUHY

5 bodů

Zdeněk Sýkora byl výtvarník, který využíval geometrické tvary pro svoji tvorbu. Je autorem dekorační stěny (výřez) v baru v Jindřišské ulici v Praze 1. Stěna je kulturní památkou.

Stěnu nechal obložit čtvercovými dlaždicemi v barvách bílá a černá. Na tyto vždy umístil dekor v opačné barvě, než je podklad:

a) kruh, který se dotýká všech čtyř stran čtverce; b) půlkruh; c) dva půlkruhy.

Každý půlkruh musí mít průměr jako je délka strany čtverce a musí se dotýkat strany čtverce buď vrcholem oblouku, nebo celým řezem. Každý půlkruh může být umístěn jak svisle, tak vodorovně, ale ne šikmo. Dva půlkruhy se jen dotýkají „bříšky“ proti sobě, nebo „bříškem a zády“.

Kolik nejvýš různých „obrázků“ mohl použít ve své mozaice?

a) **12** | **b)** **16** | **c)** **24**

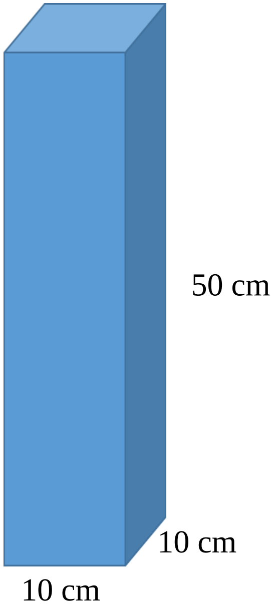
d) **30** | **e)** **32**

14. SOCHA

5 bodů

Stará dřevěná soška má na výšku 39 cm, její objem je přibližně 1200 cm^3. Restaurátor ji chce ošetřit proti houbám a červotočům. Nejdřív naplní nádobu o rozměrech 10 cm x 10 cm x 50 cm konzervačním roztokem.

39 cm



V = 1 200 cm^3

Zdroj: https://www.sbazar.cz/BazarUMostu/detail/87185012-starozitna-drevena-soska

Pak do ní postaví sošku. Kolik má rozmíchat roztoku? Musí počítat. Nad hlavou sošky by měl být na výšku ještě 1 cm roztoku. **Do jaké výšky musí naplnit nádobu konzervačním roztokem, než postaví sošku?**

a) **24 cm** **b)** **28 cm** **c)** **32 cm**

d) **36 cm** **e)** **40 cm**

15. POPIS

5 bodů

Sleduj popis a pojmenuj výsledný obrázek.

Máme úsečku **AB**, která měří 4 cm. Kolem bodu **A** opíšeme kružnici ***k*** s poloměrem 3 cm. Kolem bodu **B** opíšeme kružnici ***l*** s poloměrem 2 cm. Průsečíky kružnic ***k*** a ***l*** pojmenujeme C a D.

Vyznačíme úsečky AC, CB, BD, DA.

O který čtyřúhelník se jedná?

a) čtverec **b) obdélník** **c) kosočtverec**

d) kosodélník **e) jiný čtyřúhelník**

16. KŘIŠŤÁL

5 bodů

Sklář Jiří Pačinek vytvořil řadu křišťálových uměleckých děl. Některá vystavuje v tak zvaném Křišťálovém kostele. Pět z nich představuje symboly koronaviru, díla označme: A, B, C, D, E. Nejdřív byly rozestaveny na pěti místech takto

1	**2**	**3**
4	**5**	

Na pozici 1 bylo A, na pozici 2 bylo B, na pozici 3 C, na 4 D, až na pozici 5 bylo E. Představ si, že je na tobě, kde bude které dílo stát, a jako kurátor různě měníš jejich pozice.

Typy výměn:

a) na pozicích **1** a **4;**

b) na pozicích **1** a 5;

c) na pozicích **2** a **3**;

d) na pozicích **3** a 5.

Na závěr jsou díla v tomto postavení:

D	**C**	**E**
B	**A**	

Jak postupovala výměna děl na pozicích?

Zdroj: https://www.zenysro.cz/blogy/cestovani/skleneny-coronavirus-pacinek-glass

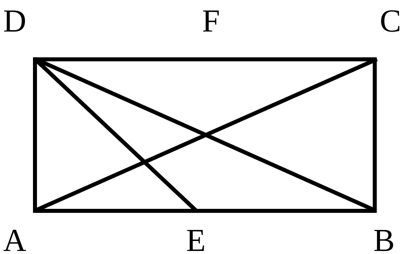
a) **b, d, a, c** **b)** **c, d, b, a** **c)** **a, b, c, d** **d)** **c, d, a,** **e)** **c, a, d, b**

17. TROJÚHELNÍK

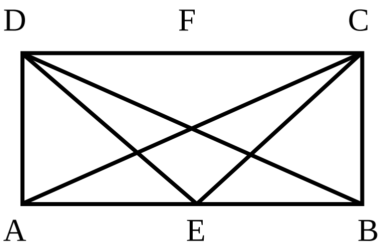
6 bodů

Prohlédněte si obdélník ABCD, který je rozdělen na části třemi čarami. Díky nim najdeme v obdélníku řadu trojúhelníků.

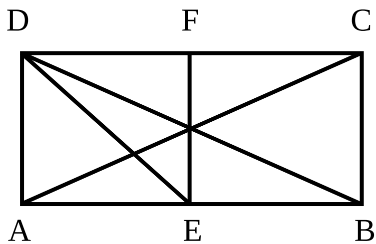
Pak jsme z tohoto obdélníka ABCD vytvořili dva nové obrázky č. 1 a č. 2. tak, že v obrázku č. 1 je navíc úsečka EC, v obrázku č. 2 je navíc úsečka EF.



základní obrázek č. 0



nový obrázek č.1



nový obrázek č. 2

Kolik trojúhelníků je v obdélníku ABCD na výchozím obrázku č. 0?

O kolik víc trojúhelníků je v obrázku č. 1 než v původním obdélníku?

O kolik víc je trojúhelníků v obrázku č. 2 než v původním obdélníku?

a) **14; o 9; o 7** **b)** **14; o 8; o 7** **c)** **14; o 9; o 8**

d) **13; o 8; o 6** **e)** **13; o 8; o 7**

18. ŠIFRANT

6 bodů

Každé písmeno zastupuje jinou číslici; stále stejnou. Až přijdeš na to, které písmeno zastupuje kterou číslici, rozluštíš šifru: jméno slavného matematika a šifranta z druhé světové války: **964315.**

A + S = A

A + A + A = LR

L x R = A

A – L = U

T – U = I

G + L = B

G + G = NS

Zdroj: https://www.fi.muni.cz/usr/jkucera/pv109/2007/xpulkrab.htm

a) Blairs **b) Larsun** **c) Gunars**

d) Turing **e) Tegars**

19. LAMPA

6 bodů

Stínidlo lampy má nahoře šestiúhelníkový rám – berme ho jako pravidelný šestiúhelník. Proti němu je spodní pravidelný šestiúhelníkový rám natočen tak, aby každý jeho vrchol ležel proti středu strany horního rámu. Strana dolního šestiúhelníku měří 21 cm, strana horního šestiúhelníku je kratší: měří o centimetr víc než pět sedmin strany většího šestiúhelníku. Boční menší trojúhelník má výšku 24 cm, větší trojúhelník má výšku jen 23 cm.

Kolik cm² bavlněné látky je třeba na stínidlo, pokud na zahnutí a připevnění látky k rámu potřebuješ pět setin spočítané plochy?

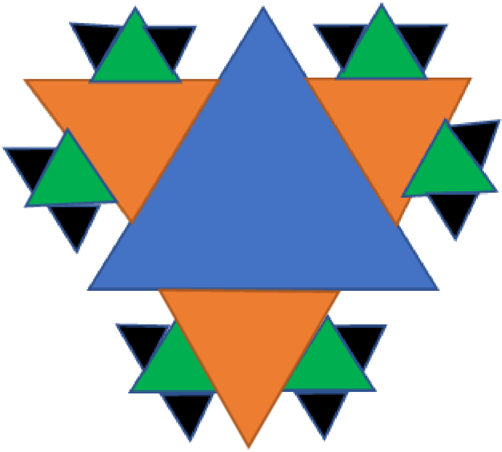
Pozn.: rozměry mírně upraveny pro snazší výpočet; stínidlo připomíná část komolého antijehlanu.

a) **1296 cm²** **b)** **1361 cm²** **c)** **2424 cm²**

d) **2592 cm²** **e)** **2731 cm²**

20. FRAKTÁLY **6 bodů**

Fraktály objevil matematik Mandelbrot. Od matematiky se dostaly do výtvarného umění. Jejich popis zjednodušíme pro potřeby této úlohy: fraktály jsou založeny na principu pravidelného systému zvětšování, nebo zmenšování. Na obrázku vidíte část kopie výtvarného díla, kterou dělali žáci v ZŠ.



K velkému **modrému** rovnostrannému trojúhelníku jsou ze všech stran „přilepeny“ menší **oranžové** rovnostranné trojúhelníky, délka jejich strany je polovinou délky strany modrého trojúhelníka. K oranžovým trojúhelníkům jsou „přilepeny“ vždy dva **zelené** rovnostranné trojúhelníky, délky jejich stran jsou polovinou délky strany oranžového trojúhelníka. K zeleným trojúhelníkům jsou „přilepeny“ ze dvou stran **černé** rovnostranné trojúhelníky. Délky jejich stran jsou polovinou délky strany zeleného trojúhelníka. Největší modrý trojúhelník má obsah 128 cm^2.

Finálové kolo – 6. ročník

Urči plochu pokrytou modrou, oranžovou, zelenou a černou barvou.

a) $426{,}2\ cm^2$ **b)** $386{,}0\ cm^2$ **c)** $320{,}8\ cm^2$

d) $296{,}0\ cm^2$ **e)** $184{,}6\ cm^2$

DESATERO BEZPEČNOSTI

Doprava

1) Přecházej jen na přechodu pro chodce. Pokud v tvé blízkosti žádný není, přejdi na přehledném místě.
2) Před vstupem do vozovky se vždy rozhlédni. Vždy nejprve doleva, pak doprava a opět doleva.
3) Pokud je provoz řízen semaforem, přecházej pouze na zelenou. Ani zde se nespoléhej na řidiče a vždy se rozhlédni.
4) Před vstupem do vozovky udržuj oční kontakt s řidičem vozidla.
5) Nepřecházej před nebo za tramvají, autobusem nebo velkým nákladním autem. Řidič tě nemusí vidět.
6) Sleduj provoz. Při chůzi nekoukej do mobilu a neměj na uších sluchátka.
7) Při jízdě na kole, koloběžce či jiném prostředku vždy používej ochrannou helmu.
8) Při jízdě ve vozidle vždy používej zádržné systémy (pásy, autosedačka).
9) Za snížené viditelnosti používej světlé oblečení a reflexní prvky.
10) Pamatuj, že tramvaj má vždy přednost. Má dlouhou brzdnou dráhu a nemůže se chodci vyhnout!

POLICIE ČESKÉ REPUBLIKY

Pomáhat a chránit

DESATERO BEZPEČNOSTI

Internet

1) Nechovej se v online prostředí jinak než na veřejnosti. Nezveřejňuj nic, za co by ses mohl/a stydět.
2) Neposílej nevhodné fotky a videa, nikdy nevíš, ke komu se dostanou!
3) Nesdílej zbytečně své osobní údaje, jako je jméno, příjmení, datum narození, bydliště.
4) Své účty chraň dostatečně silným heslem a dbej na profilu na nastavení soukromí.
5) Buď opatrný/á při komunikaci a domlouvání schůzek. Ne každý je skutečně tím, za koho se vydává.
6) Ověřuj si osobně žádosti o přátelství a sledování příspěvků. Může se jednat o odcizený profil.
7) Nenech se vydírat! Každá chyba má řešení, stačí se svěřit důvěryhodné dospělé osobě.
8) Na vulgární zprávy nereaguj a neboj se oznámit obtěžující chování.
9) Neotvírej emaily a odkazy z neznámých zdrojů.
10) Ne každá informace, kterou se na internetu dozvíš, je pravdivá. Získané informace si vždy ověřuj z více zdrojů.

POLICIE ČESKÉ REPUBLIKY

Pomáhat a chránit

Poděkování

Rádi bychom poděkovali všem, kteří pracovali na tvorbě a sestavování úloh pro žáky a kteří se podíleli na organizaci soutěže.

Děkujeme tvůrcům úloh:

Mgr. Martině Kořenové, učitelka matematiky, Říčany,
PhDr. Michaele Kaslové, VŠ pedagog KMDM, Pedagogická fakulta, Univerzita Karlova v Praze,
Mgr. Janě Macháčkové, Ph.D., učitelka matematiky, Praha ,
Mgr. et Mgr. Pavlu Sovičovi, učitel matematiky a francouzského jazyka, Praha,
PhDr. Evě Semerádové, Ph.D., učitelka matematiky, Praha,
Mgr. Bc. Karlu Zavřelovi, učitel matematiky, fyziky a informatiky, Praha.

Děkujeme týmu didaktické kontroly:

Mgr. Marcele Ondrúšové, učitelka matematiky a chemie, Opava,
Mgr. Janě Duňkové, učitelka matematiky, Tanvald,
PhDr. Filipu Roubíčkovi, Ph.D., učitel matematiky, Praha.

Naše díky patří také Poradnímu výboru Pangea:

PhDr. Michaele Kaslové, KMDM, Pedagogická fakulta, Univerzita Karlova v Praze,
prof. RNDr. Marii Demlové, CSc., KM, Fakulta elektrotechnická, ČVUT v Praze,
doc. Mgr. Petru Knoblochovi, Dr., KNM, Matematicko-fyzikální fakulta, Univerzita Karlova v Praze,
doc. Ing. Ľubomíře Dvořákové, Ph.D., KM, Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská, ČVUT v Praze,
Ing. et Ing. Marku Kovářovi, MBE, Fakulta strojní, ČVUT v Praze,
Mgr. Olze Páskové, učitelka českého jazyka, Praha.

Děkujeme generálnímu partnerovi soutěže:
Meridian International School, s.r.o.

Pangea

matematická soutěž

Generální partner

Partneři

Mediální partneři

Záštity

Školní kolo : 8.3. - 9.4.2021

Finálové kolo : 18.6.2021